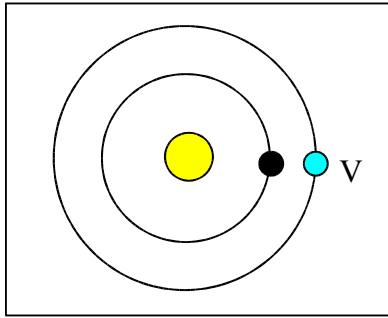


## Le passage de Vénus (Problème posé dans Tangente Hors-série 21)

par Patrick Rocher

Pour simplifier le problème, on suppose que la Terre et Vénus tournent autour du Soleil dans un même plan, d'un mouvement circulaire uniforme, comme indiqué sur la figure ci-dessous.



période de révolution de Vénus autour du Soleil : 224,70 jours,

période de révolution de la Terre autour du Soleil : 365.25 jours,

rayon de l'orbite terrestre : 1 unité astronomique.

rayon de l'orbite de Vénus : 0,723 unité astronomique.

rayon du Soleil : 696000 km,

rayon de Vénus : 6051 km.

Dans les calculs on prendra l'unité astronomique égale à 150 000 000 km et l'observation des passages se fait toujours du centre de la Terre. De plus pour simplifier le problème, on supposera que la vitesse de propagation de la lumière est infinie.

Comme les deux planètes tournent dans un même plan à chaque passage, vue depuis le centre de la Terre, Vénus passe par le centre du Soleil et décrit un diamètre solaire.

a) Quelle est la période qui sépare deux passages consécutifs de Vénus devant le Soleil (on donnera la seconde de temps) ?

b) Le diamètre apparent d'un astre est l'angle sous lequel on voit le disque de l'astre depuis le centre de la Terre. Quels sont les diamètres apparents du Soleil et de Vénus au moment des passages ? On supposera que le diamètre apparent de Vénus est constant durant tout le passage. Ces diamètres seront calculés avec une précision de la seconde de degré.

c) La durée du passage total correspond au temps écoulé entre le premier contact extérieur du disque de Vénus avec le bord solaire et le dernier contact extérieur du disque de Vénus avec le bord solaire. Quelle est la durée du passage total ?

Questions supplémentaires pour départager les meilleurs :

La planète Vénus n'est plus visible depuis la Terre lorsque sa distance angulaire au Soleil est faible – l'angle entre le centre du Soleil et le centre de Vénus vu depuis le centre de la Terre s'appelle l'élongation. On pose les limites de visibilité suivantes :

EF : La première visibilité à l'ouest le soir a lieu lorsque l'élongation atteint  $12^\circ$ .

EL : La dernière visibilité à l'ouest le soir a lieu lorsque l'élongation atteint  $8^\circ$ .

MF : La première visibilité à l'est le matin a lieu lorsque l'élongation atteint  $8^\circ$ .

ML : La dernière visibilité à l'est le matin a lieu lorsque l'élongation atteint  $12^\circ$ .

d) Où se trouve Vénus par rapport au Soleil, lorsqu'elle est visible le soir. (Est ou Ouest) ?

e) Où se trouve Vénus par rapport au Soleil, lorsqu'elle est visible le matin. (Est ou Ouest) ?

f) Combien de temps s'écoule-t-il entre la dernière visibilité du matin (ML) et la première visibilité du soir (EF) ?

g) Combien de temps s'écoule-t-il entre la dernière visibilité du soir (EL) et la première visibilité du matin (MF).

## Solution

a) Le retour de la conjonction peut se calculer de deux manières différentes :

1/ La vitesse angulaire moyenne de la Terre autour du Soleil est de  $V_T = 360^\circ/365.25j = 0,9856262834^\circ/j$ .

La vitesse angulaire moyenne de Vénus autour du Soleil est de  $V_V = 360^\circ/224,70j = 1,602136181^\circ/j$ .

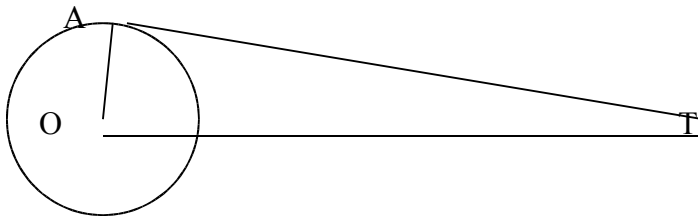
La vitesse angulaire moyenne de Vénus autour du Soleil dans un repère tournant à la vitesse de la Terre est de  $V = V_V - V_T = 0,6165098976^\circ/j$ , donc Vénus sera de nouveau alignée avec la Terre lorsqu'elle aura parcouru  $360^\circ$ .

$T = 360^\circ/V = 583,9322311j = 583 \text{ jours } 22\text{h } 22\text{min } 24,77\text{s} = 583 \text{ jours } 22\text{h } 22\text{min } 25\text{s}$ .

2/ On a affaire à la combinaison de deux corps tournant dans le même sens, la fréquence des conjonctions est égale à la différence de la fréquence du corps le plus rapide et du corps le plus lent :  $1/T = 1/T_{\text{venus}} - 1/T_{\text{terre}} = 1/224,7 - 1/365,25$ .

$T = 583,9322311j = 583 \text{ jours } 22\text{h } 22\text{min } 24,77\text{s} = 583 \text{ jours } 22\text{h } 22\text{min } 25\text{s}$ .

b) Le diamètre apparent est égal à deux fois le rayon apparent de l'astre.

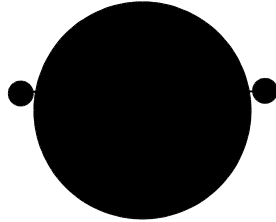


L'angle OAT est rectangle, OA est le rayon géométrique de l'astre et OT la distance entre le centre de l'astre et le centre de la Terre. L'angle ATO est le rayon apparent de l'astre, donc  $OA/OT = \sin(\text{ATO})$ , donc l'angle ATO est égal à  $\arcsin(OA/OT)$ .

Pour le Soleil, on trouve :  $ds = 31,90240451' = 31' 54,14'' = 31' 54''$ .

Pour Vénus, on trouve :  $dv = 1,001290291' = 1' 00,08'' = 1' 0''$ .

c) Durée du passage total :

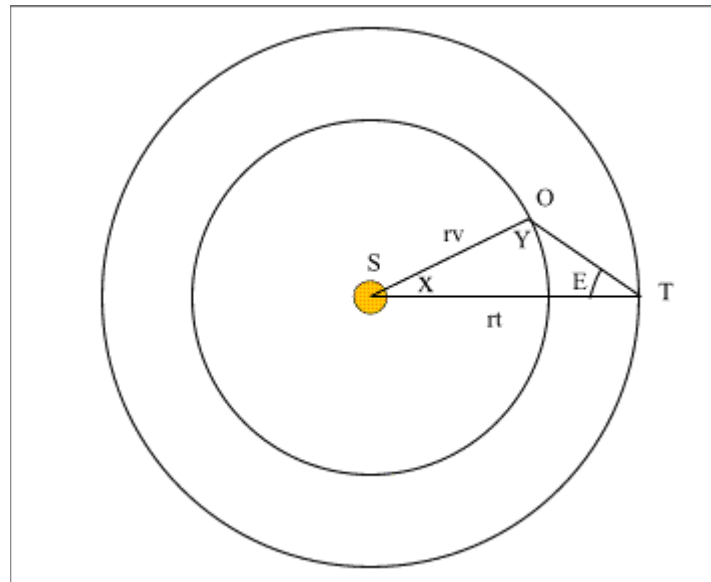


Durant le passage total, le centre de Vénus parcourt deux rayons apparents de Vénus plus un diamètre apparent du Soleil. Donc un diamètre apparent de Vénus plus un diamètre apparent du Soleil.

Vu depuis la Terre le centre de Vénus parcourt donc un angle égal à  $H = ds + dv = 32' 54''$ .

Or sait que dans le repère tournant centré sur le Soleil et lié à la Terre Vénus se déplace de  $0,6165098976^\circ/j$ . Il suffit de calculer quel angle vu depuis le centre du Soleil correspond à l'angle  $H$  vu depuis la Terre.

Soit  $E$  la moitié de  $H$ , on a la figure suivante :



La figure et l'angle  $E$  ne sont pas à l'échelle.

Dans le triangle  $SOT$ , on connaît l'angle  $E$  et les côtés  $SO$  et  $ST$ .

On cherche l'angle  $X$ , on utilise les deux relations suivantes :

$$\sin E / SO = \sin Y / ST = \sin X / OT \text{ et } E + Y + X = 180^\circ$$

La première relation nous donne l'angle  $Y$  :  $\sin Y = ST \cdot \sin E / SO$

On garde l'arcsin le plus proche de  $180^\circ$  car  $E$  est très petit.

$$E = 16' 27''.$$

$$Y = 179^\circ 37' 14,85'' \text{ et } X = 6' 18,15'' \Rightarrow 2X = 12' 36,3''.$$

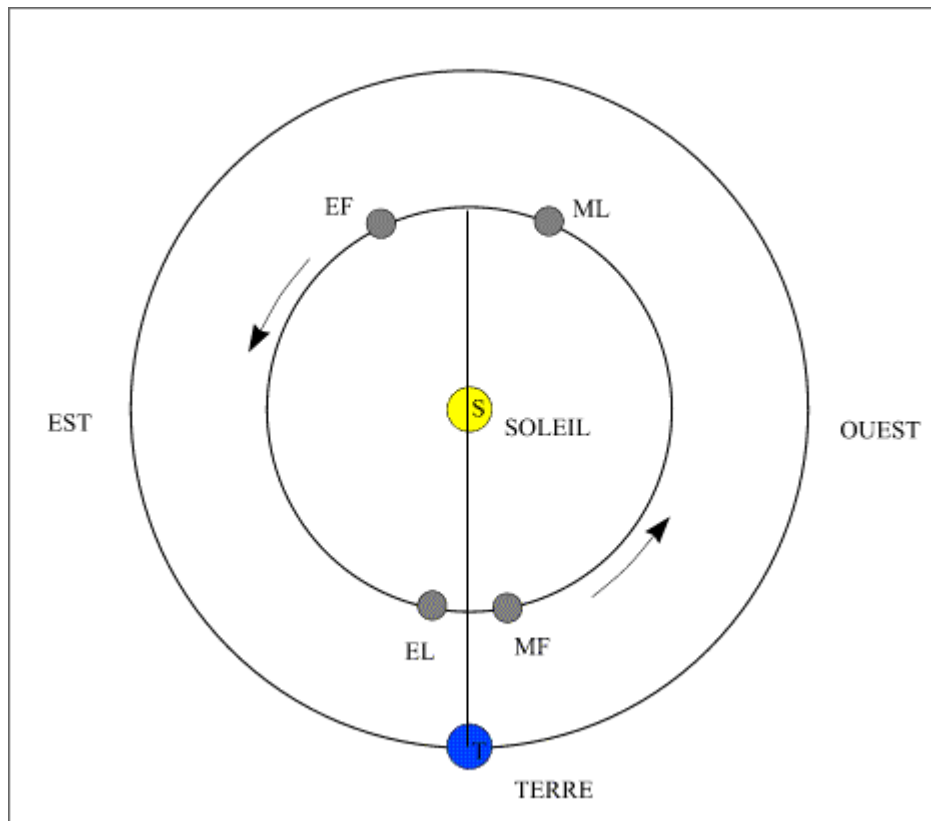
Il suffit de diviser cet angle par la vitesse angulaire de Vénus dans le repère tournant pour obtenir la durée du passage total :  $TT = 0,3407621961j = 8\text{h } 10\text{min } 41,85\text{s} = 8\text{h } 10\text{min } 42\text{s}$ .

On raison des erreurs éventuelles de troncature, on peut accepter comme bonnes réponses les valeurs comprises entre 8h 10min 30s et 8h 10min 45s. La valeur exacte si l'on garde en permanence toutes les décimales du calcul est 8h 10min 45,17s.

### La visibilité de Vénus

Le problème n'est pas très complexe lorsque l'on a réussi à positionner Vénus aux élongations correspondant aux visibilitées.

Pour cela on se place de nouveau dans un repère tournant à la vitesse de la Terre. Dans ce repère, la Terre est fixe et Vénus tourne par rapport au Soleil à la vitesse de  $0,6165098976^\circ/j$  dans le sens direct.



Vu depuis le dessus des orbites, et comme ces orbites sont directes, l'est est à gauche du Soleil et l'ouest est à droite du Soleil. Le Soleil se lève à l'est, Vénus est donc visible le matin lorsqu'elle se lève avant le Soleil. Donc lorsqu'elle est à l'ouest du Soleil (partie droite du dessin). Inversement, le Soleil se couche à l'ouest, Vénus est donc visible le soir, lorsqu'elle se couche après le Soleil. Donc lorsqu'elle est à l'est du Soleil (partie gauche du dessin).

Les réponses sont donc les suivantes :

d) Vénus du soir équivaut à Vénus à l'est du Soleil.

e) Vénus du matin équivaut à Vénus à l'ouest du Soleil.

La première visibilité le soir (EF) a donc lieu à l'est après que Vénus soit passée derrière le Soleil.

La dernière visibilité du soir (EL) a donc lieu aussi à l'est avant que Vénus ne passe devant le Soleil.

La première visibilité du matin (MF) a donc lieu à l'ouest après que Vénus soit passée devant le Soleil.

La dernière visibilité du matin (EL) a donc lieu aussi à l'ouest avant que Vénus ne passe derrière le Soleil.

f) Le temps qui s'écoule entre la dernière visibilité du matin (ML) et la première visibilité du soir (EF) est le temps mis par Vénus pour parcourir l'arc ML-EF, or cet arc est vu sous un angle de deux fois 12 degrés depuis la Terre. Il convient donc de calculer de nouveau l'angle correspondant vu depuis le centre du Soleil, origine du mouvement.

On utilise les mêmes relations que pour la réponse c avec  $E = 12^\circ$ .

On trouve  $Y = 16^\circ 42' 44,69''$  et l'angle sous lequel on voit l'arc est de  $2(E+Y) = 57^\circ 25' 29,38''$  et le temps pour le parcourir est de  $93,14502149 \text{ j} = 93 \text{ jours } 3\text{h } 28\text{min } 50\text{s}$ .

On peut accepter les réponses 93 et 94 jours

g) De même le temps qui s'écoule entre la dernière visibilité du soir (EL) et la première visibilité du matin (MF) est le temps mis par Vénus pour parcourir l'arc EL-MF, or cet arc est vu sous un angle de deux fois 8 degrés depuis la Terre. Il convient donc de calculer de nouveau l'angle correspondant vu depuis le centre du Soleil, origine du mouvement.

On utilise les mêmes relations que pour la réponse c avec  $E = 8^\circ$ .

On trouve  $180-Y = 11^\circ 05' 54,1''$  et l'angle sous lequel on voit l'arc est de  $2(Y-E) = 6^\circ 11' 48,21''$  et le temps pour le parcourir est de  $10,05129741 \text{ j} = 10 \text{ jours } 1\text{h } 13\text{min } 52\text{s}$ . On peut accepter les réponses 10 et 11 jours.